En: Mathematics Teacher Education and Development. Número especial relacionando contenido y contexto. Factores que influencian las prácticas de los maestros de educación matemática en pre-internado: Una perspectiva internacional, volumen 3, págs. 74-85, 2001.

Contenido de Los Cursos Colaborativos de Matemáticas

para Maestros Prospectivos y en Prácticas de Escuelas Elementales y Medias

Patricia Baggett
Mexico State University

Andrzej EhrenfeuchtNew
University of Colorado

Contenido de Los Cursos Colaborativos de Matemáticas para Maestros Prospectivos y en Prácticas de Escuelas Elementales y Medias

Abstracto

Desde el Otoño de 1995, el Departamento de Ciencias Matemáticas de New Mexico State University ha estado colaborando con las Escuelas Públicas de Las Cruces, NM, U.S.A. Dicho Departamento imparte una serie de cinco cursos de un semestre de duración dirigidos conjúntamente, tanto a maestros/as prospectivos como a aquellos en prácticas en los grados K- 8. La secuencia cubre la aritmética de los números enteros, los racionales y los reales, geometría métrica, álgebra y ciencias, con uso de tecnología integrada. Los maestros en prácticas actúan como mentores de los maestros prospectivos, quienes se convierten en sus aprendices. El material se halla organizado en unidades que proveen planes de lecciones para grados elementales y medios. Los maestros en prácticas usan estos materiales en sus aulas y sus aprendices observan, o incluso enseñan, bajo la supervisión de sus mentores. Tal colaboración sirve de apoyo a los maestros en pre-internado, conforme éstos aprenden matemáticas avanzadas y las usan en sus aulas.

Bases para el proyecto

No existe ninguna agencia central que controle las escuelas en los Estados Unidos de América. Cada estado de forma individual, los distritos escolares e incluso las escuelas poseen una libertad considerable a la hora de establecer sus programas y currículos. La licencia para enseñar la otorga cada estado individuálmente, siendo sus requisitos variados. Las facultades de educación, las cuales proveen la preparación de los maestros/as, son parte del sistema escolar. Dichas facultades se concentran en temas pedagógicos y educativos. Aquellos departamentos que forman parte de las facultades de Artes y Ciencias ofrecen cursos en temas relacionados, tales como matemáticas o ciencias.

Si bien los maestros de escuelas elementales son generalistas que han de enseñar todos los sujetos, incluso si durante su educación universitaria éstos no tuvieron tiempo suficiente para adquirir los conocimientos necesarios en las materias dadas (Stigler & Hiebert, 1999). Asimismo, el formato de los cursos universitarios es bastante distinto del trabajo en las aulas de los grados tempranos y medios (Lappan, 2000). Ello representa un obstáculo formidable para los jóvenes maestros.

Nuestra experiencia con talleres y cursos de Verano para maestros nos lleva al convencimiento de que tales oportunidades no proveen del suficiente tiempo de aprendizaje para las bases de un desarrollo profesional continuado. La idea de cooperación entre un distrito escolar y la universidad no es una novedad (p.e., ver Sirotnik & Goodlad, 1988). El programa colaborativo aquí descrito puede representar una solución a la escasez de tiempo empleado en el desarrollo profesional. Así, éste provee de educación continuada para los maestros en prácticas, al tiempo que ofrece a los futuros maestros cursos de matemáticas que cubren los tópicos que necesitarán saber en sus aulas, en ambientes similares a los de las escuelas. El aspecto más prometedor es la respuesta de los maestros en prácticas que están dispuestos a emplear dos tardes por semana en la mejora de su educación y de sus cualificaciones profesionales.

Organización de los cursos universitarios

Los cursos se eneñan en forma de laboratorio. Ello significa que no se imparten conferencias que duren más de cinco a diez minutos. Las únicas actividades en que toma parte la clase entera son discusiones y conferencias de las clases (presentaciones breves realizadas por estudiantes y maestros). En las clases colaborativas más reducidas (de 12 a 30 estudiantes), además del instructor, siempre se halla presente un asistente de profesor; mientras que en las clases de mayor tamaño (de 30 a 50 estudiantes), requieren dos asistentes de profesor. Los asistentes de profesor son, o bien estudiantes de post-grado especializándose en matemáticas o en educación, o maestros que previamente han tomado varios cursos colaborativos.

Colaboración entre mentor y aprendiz

Los estudiantes universitarios de licenciatura forman equipos junto a los maestros, en una relación de mentor-aprendiz. Durante un semestre un estudiante de licenciatura tiene, por lo general, dos o más maestros-mentores, quienes enseñan en dos distintos grados. Cada mentor tiene hasta cuatro aprendices en un momento dado. Cuando no hay mentores suficientes en una clase, aquellos maestros que hallan tomado previamente el curso, y que no se hallen matriculados en la universidad en el presente momento, hacen las veces de mentores. Por lo tanto, la relación entre los maestros y la universidad no se limita tan sólo a los dos semestres en que los maestros se hallan matriculados en los cursos universitarios.

Obligaciones de los maestros y de los estudiantes

Tanto los estudiantes como los maestros tiene la obligación de asistir a clase en la universidad, y de trabajar de forma conjunta. Si no hubiera suficientes maestros, los asistentes de profesor se sentarán con algunos estudiantes.

Las ventajas de escribir acerca de las matemáticas se hallan bien documentadas (p.e., Connolly y Vilardi, 1989; Morgan, 1998). Tanto los estudiantes como los maestros utilizan diarios en los que escriben acerca de los tópicos matemáticos de las actividades cubiertas en cada sesión. Después, cada unas tres semanas, se reúnen los diarios y una vez leídos por el instructor, éste provee de opiniones indidualizadas.

Ejemplos de entradas en los diarios y cometarios del instructor

(1) Exploración estelar (Esta entrada en el diario la escribió un estudiante de maestro.)

Mi entendimiento de la unidad. Tuvimos que dividir 360 grados entre el número de puntas que una estrella dada tuviera, de forma que tuvimos que hallar el ángulo. La primera estrella tenía cinco puntas. Dividimos 360 grados entre 5, para hallar la distancia que separaba las marcas, esto es, 72 grados. Para la estrella de seis puntas dividimos 360 grados entre 6, obteniendo un ángulo de 60 grados. De igual modo dividimos 360 grados entre 7, obteniendo 51.4, que puede redondeárse a 51.5 grados para la estrella de siete puntas. Después de haber medido los ángulos, usando un transportador, tuvimos que unirlos; primero numeramos las puntas y luego las unimos. Para la estrella de cinco puntas primero conectamos los puntos 3 y 5. La 3ª punta también conectaba con el 5ª punta, y esta a su vez conectaba con la 2ª punta, que conectaba a su vez con la 4ª punta, creando así la estrella. Matemáticas. División, ángulos, grados, transportadores, redondeo, geometría, radio, incluso una impar.

Mi reacción. Me gustó esta unidad. Tuve un poco de problema al principio con la estrella de 5 puntas. No podía conseguir los ángulos correctos pero finálmente lo logre. También continué el patrón en el interior de las estrellas, haciendo estrellas cada vez más pequeñas.

Comentarios del instructor. ¡Buen contenido! ¿Sabe cuantas estrellas de 7 puntas hay que sean diferentes? Puede obtener dos distintas, una gruesa y otra más estrecha, dependiendo de qué puntos una. También, ¿notó que las estrellas de 5 puntas no se "dividen" en dos piezas, mientras que las de 6 puntas sí que lo hacen?

(2) Entendiendo la división larga (Una vez más, esto fue escrito por un maestro estudiante.)

Para entender de forma lógica la simplicidad de la división larga, fragmentamos el algoritmo escrito. Dividamos 17682 entre 246. Usamos primero una calculadora para hallar los múltiplos de 246. Construyendo una lista de múltiplos es una gran ayuda visual para apreciar cómo éstos funcionan. Según se enumera abajo:

1	*246*	*4*	*984*	*7*	*1722*
2	*492*	*5*	*1230*	*8*	*1968*
3	*738*	*6*	*1476*	*9*	*2214*

En segundo lugar, establecemos el problema que abajo se detalla, el cual es generálmente el paso que se deja de lado al solucionar la división larga:

17682		
-17220	*(70)*	
462		
-246	*(1)*	*Cometario del instructor:*
216.0		*Añada ahora*
-196.8	*(.8)*	*los números*
19.20		*enparéntesis, para hallar*
-17.22	*(.07)*	*el cociente.*

Así es como se ha de plantear el problema de la división larga:

71.87

246)17682.

17220

462

-246

216.0

-196.8

19.20

-17.22

Cometario del instructor: En general, el 0 en 17220 y los decim ales (excepto aquellos en el dividendoy enelcociente) no se debieran incluir. ¡Muy buen trabajo!

A través de fraccionar así el algoritmo, los estudiantes demuestran si el procedimiento empleado fue correcto. (Para entender algoritmos, ver también Ma, 1999.)

Se asigna a los estudiantes tareas para casa, tanto opcionales como obligatorias, requiriendo de ellos que también efectúen, al menos, diez visitas a las aulas de sus mentores. Durante la primera visita los estudiantes usuálmente sólo observan. Más adelante ayudan en el proceso de enseñanza, para finálmente enseñar bajo la supervisión de sus mentores. No obstante, la decisión acerca del papel que un estudiante desempeñará en el aula es responsabilidad del maestro/a, y no del instructor de la universidad. Asimismo se requiere que todos los estudiantes describan en sus diarios cada una de sus visitas a las aulas.

Los maestros/as no evalúan la labor de los estudiantes. Esto lo realiza el el instructor, quien también otorga las calificaciones teniendo en cuenta los comentarios de los asistentes de profesores.

Ejemplo de una tarea asignada para casa

Cada estudiante seleccionó un bloque de madera, con forma irregular, consistiendo su tarea en hallar la superficie y el área de tal bloque, así como hacer, al menos, tres dibujos distintos del bloque, mostrando las medidas y explicando también cada paso realizado en la consecución de la respuesta. Ya que algunos bloques eran más difíciles de medir que otros, decidimos que el el instructor asignase el grado de dificultad (uno = más fácil; tres = más complejo) para cada bloque.

Esta tarea para casa, realizada por un estudiante maestro, recibió una calificación del 100%, con un grado de dificultad dos; ella incluyó tres páginasadicionales con dibujos y cálculos:

Para hallar tanto el área como el volumen de mi bloque de madera hice lo siguiente:

*Medí las longitudes y las anchuras de los lados A, B, C, y D. Corté el lado E, para obtener un triángulo y un rectángulo. (Ver las hojas adjuntas.) Así, hallé la longitud y la anchura de éstos. Luego hallé todas las áreas de estos lados (ver notas). A continuación sumé todas las áreas, hallando así el área total del bloque (40.88 pulgadas cuadradas). Para hallar el volumen del rectángulo [instructor: sólido rectangular], usé la fórmula V = L*W*H. A continuación hallé el volumen del triángulo rectángulo [instructor: prisma triangular], a través de hacer un rectángulo imaginario [instructor: sólido rectangular]. Hallé el volumen [del sólido rectangular] y luego lo dividí por dos para hallar el volumen [del prisma triangular]. Luego sumé el volumen [del sólido rectangular] y del [prisma triangular], obteniendo así el volumen total de mi bloque de madera (15.75 pulgadas cúbicas). (Ver la página adjunta con todos los cáculos y medidas.)*

Los maestros/as ejercen de mentores de los estudiantes universitarios, en sus aulas y con sus alumnos. Durante las visitas de los estudiantes éstos típicamente usan materiales que préviamente han realizado en sus clases en la universidad, de forma que los estudiantes pueden observar cómo maestros con experiencia usan aquellos tópicos que juntos han aprendido en la universidad. Con frecuencia no se han tratado, con anterioridad, las lecciones de los cursos universitarios con los pupilos. Cuando los maestros prueban lecciones nuevas, éstos administran exámenes de diagnóstico a sus estudiantes, para comprobar el grado de entendimiento de los conceptos matemáticos que hayan adquirido.

Razón del formato de los cursos

Consideramos que la educación de los maestros/as es educación profesional donde éstos usarán aquellos sujetos aprendidos en la universidad una y otra vez. Por ello es imprescindible que éstos aprendan, de forma muy detallada, el material que vayan a enseñar. "Ideas generales" no bastan aquí. Ésto sugiere que los cursos para futuros maestros/as de matemáticas han de tener un formato de laboratorio, en el cual los estudiantes trabajan bajo la supervisión de un instructor ó maestro con experiencia. En tales cursos, la cantidad de material cubierto es menor que el contenido típico de los cursos de licenciatura del Colegio de Artes y Ciencias, si bien tal material se cubre en mayor detalle y con un énfasis más profundo en la adquisición de habilidades. Cuando los estudiantes se convierten en maestros, éstos usarán en sus aulas sus conocimientos de las materias en cuestión. Observando a sus mentores, al tiempo de enseñar bajo su supervisión, provee a estos estudiantes con la práctica necesaria en toda educación profesional. Las lecciones listas-para-el-aula son importantes, tanto para maestros como para estudiantes. Para los maestros porque les provee con algo que puede tener un uso inmediato y para los estudiantes porque éstos pueden emparejar lo que aprenden en el seno de la universidad con lo que observan en las aulas de sus mentores.

Logística

Estos cursos se ofrecen a lo largo del año escolar, cuando las escuelas públicas se hallan en sesión académica, de forma que las unidades se pueden aplicar inmediátamente en las escuelas. Para que los maestros puedan asistir a tales cursos, éstos se enseñan a últimas horas de la tarde. El Centro de Maestros/as de Las Cruces (Las Cruces Teachers' Center) distribuye, a las escuelas, la información pertinente a tales cursos en Primavera y Otoño, ayudando asimismo en el reclutamiento de maestros para tales clases. Las tasas universitarias de los maestros se cubren con becas, las cuales también han abarcado el coste de los materiales, calculadoras, y otros similares, así como el fotocopiado de todos los materiales.

Comenzar un programa colaborativo requiere el esfuerzo combinado de tres grupos: (1) El Distrito Escolar, que debe permitir a los estudiantes de licenciatura el visitar las aulas, permitiendo asimismo a los maestros a que usen el plan de lecciones que nosotros elaboramos. De igual modo, esta entidad ha de autorizar el acceso a las tareas de los/as estudiantes en las escuelas, de forma que se puedan evaluar sus progresos académicos. (2) La facultad de Educación de la universidad ha de aprobar aquellos cursos que sean adecuados, tanto para los maestros actuales, como para aquellos en el futuro lo sean. (3) La Facultad de Ciencias Matemáticas de la universidad ha de aprobar el contenido de los cursos, así como autorizar el que a tales cursos puedan asistir, simultáneamente, tanto estudiantes de post-grado (maestros) como estudiantes de licenciatura (futuros maestros).

El contenido de los cursos fue elegido en colaboración con el Distrito Escolar, el cual identificó tanto el álgebra de escuelas medias, haciendo luego uso de la tecnología, como los dos puntos críticos que habían de incluirse en cualquier intento de mejorar la educación matemática de sus alumnos. La integración de las ciencias matemáticas y educativas, que reprensentan el contenido del curso más reciente de esta serie, es áltamente prioritario para el Distrito.

Material de los cursos

El material se halla organizado en unidades, estando la mayor parte de éstas basadas en una tarea específica que no se puede completar sin la aplicación de los conocimientos y las habilidades matemáticos.

Ejemplo: (Un proyecto de clase.) Construir 20 cubos de cartulina, que tengan los volúmenes 1, 2, 3, . . ., 20 pulgadas cúbicas. Para realizar esta tarea, los estudiantes han de aprender la fórmula para hallar el volumen del cubo, teniendo que extraer raíces cúbicas; también han de poseer los conocimientos y las habilidades geométricas suficientes para poder dibujar y construir los cubos.

Cada unidad se halla acompañada de un plan de lecciones para su uso en las escuelas.

Tanto estudiantes como maestros reciben alredededor de 50 unidades por semestre (ver Baggett & Ehrenfeucht, 1995; 1998; 2001, en imprenta), las que éstos revisan, bien en sus casas o en el aula de la universidad. Asimismo los maestros usan lecciones de su elección, desde el aula universitaria hasta sus aulas escolares. Como promedio una unidad requiere de uno o dos períodos de tiempo escolar. No existe ningún libro de texto que cubra los aspectos matemáticos de forma abstracta; antes bien, todos los tópicos se aprenden en el contexto de alguna aplicación.

Contenido matemático

La secuencia de los cursos cubre los siguientes tópicos matemáticos: (1) Aritmética de los números reales y sus subgrupos, los números racionales y los números enteros. (2) Geometría métrica tridimensional; esto es, la geometría basada en el concepto de distancia. Es ésta una versión moderna de la "geometría práctica" del pasado. (3) Álgebra en la tradición Newtoniana, en lugar de la Euleriana. El álgebra Newtoniana no hace incapié en los "aspectos formales" del álgebra, sino que la relaciona con técnicas numéricas y cantidades físicas. (4) Anotación y análisis de medidads en las ciencias físicas (p.e., masa, energía, fuerza, velocidad, aceleración, etc.,...), usando algo de trigonometría. Se presentan todos los tópicos de una manera recíprocamente consistente. Por
ejemplo:
Inaceptable: 3 es el número que sigue a 2 (ésto es inaceptable porque $2 < 2.5 < 3$).
Aceptable: 3 es el número entero que sigue a 2.

La totalidad de los tópicos se presenta en los cinco distintos cursos. No obstante, el primer curso se enfoca en la aritmética, el segundo en la geometría, el tercero en el álgebra, el cuarto en el uso de la tecnología y el quinto en las ciencias (principálmente la física).

Se integra el uso de calculadoras de cuatro operaciones básicas incluso con tópicos matemáticos que se enseñan generálmente en jardín de infancia y en primer grado (Baggett y Ehrenfeucht, 1992). Las calculadoras científicas se usan en casos con contenido algebráico, mientras que las calculadoras gráficas se usan en los casos de cálculos de tareas complejas y de "simulación informática". El uso de ordenadores se aplica en las tareas matemáticas, búsquedas en la internet, etc. La tecnología usada en los cinco cursos es diferente. Así, los dos primeros cursos hacen uso de la calculadora básica de cuatro operaciones, el tercer curso añade las calculadoras científicas, mientras que el cuarto y el quinto cursos añaden calculadoras gráficas y laboratorio informático.

Al comienzo de los cursos los estudiantes diseñan algoritmos y aprenden los fundamentos de la programación. Así, en el primer curso aprenden a hallar la raíz cúbica en una calculadora básica de cuatro operaciones, usando un proceso interactivo basado en el hecho de que (la raíz cúbica de n) = lim Z(k), donde Z(k+1) = (raíz cuarta de n*Z(k)). En el tercer curso, los estudiantes aprenden un procedimiento para resolver ecuaciones, con un enfoque algebráico, usando el método Newotoniano. Sin la tecnología moderna, la introducción a los tópicos matemáticos y su secuenciación se halla muy limitada debido al paso lento usado por los niños/as que aprende a hacer los cálculos. Sin embargo, la tecnología permite la selección de tópicos basados en el desarrollo intelectual y los intereses de los niños/as, en lugar de en su nivel de habilidad para el cálculo de operaciones.

El papel de las medidas y el uso de las herramanientas

Una forma de adquirir un sentido numérico en los grados tempranos es a través de enseñar a los/as estudiantes que los números proceden de mediciones, lo cual se ha hecho siempre en el aprendizaje vocacional de las matemáticas (Daboll, 1812; Pike, 1827). Por tanto, las mediciones realizdas con herramientas comunes, como las cintas métricas, reglas, transportadores de ángulos, básculas, tazas de medidas y termómetros, son parte importante de las lecciones para todos los grados. Es por ello que el uso apropiado de las destrezas es de suma importancia. Las herraminetas de medida usadas en geometría métrica no se limitan al compás y al borde recto, sino que incluyen reglas, trasnportadores, e incluso curvas francesas.

Discusión

El propósito de las matemáticas desde el jardín de infancia hasta el octavo grado es dual: (1) proveer un conocimiento sólido de las matemáticas "diarias", y (2) proveer de los fundamentos para los futuros estudios de aquellos estudiantes que más adelante optarán por carreras "matemáticamente intensivas."

Creemos que estas dos metas diferenciadas se pueden alcanzar mejor si se enseñan las matemáticas de una forma unificada y consistente, como una ciencia aplicada. Por ello, no "explicaremos" las matemáticas en términos de manipulación de objetos físicos; en su lugar las presentamos como "una herramienta para resolver" una variedad de problemas prácticos (Freudenthal, 1973; Nunes, Schliemann y Carraher, 1993). Tal aproche es útil tanto para los estudiantes a quienes les gustan las matemáticas, como para aquellos que luchan con conceptos abstractos hasta adquirir "fobia matemática".

Nuestro aproche tecnológico es también pragmático. Los adultos usan la tecnología, de forma extensa, en tareas que requieren el uso de las matemáticas; por lo tanto éstas debieran integrarse en el aprendizaje escolar. Así, tratamos la tecnología como una herramienta para solucionar problemas, y no como una "ayuda en la enseñanza." Las calculadoras con las cuatro operaciones básicas son de fácil uso, y son las más eficientes en combinación con los cálculos mentales. Cuando los estudiantes comienzan a usar fórmulas escritas y aprenden algo de álgebra, las calculadoras científicas resultan más útiles. Más adelante, los/las estudiantes comienzan a explorar la variedad y versatilidad de formas tecnológicas más avanzadas, usando calculadoras gráficas u ordenadores.

En estos cursos se usan con frecuencia diversos manuales. También, reciéntemente repartimos un cuestionario (anónimo) entre los estudiantes, en el cual les preguntábamos si un libro de texto sería útil para estos cursos. La práctica totalidad respondió no, y la razón más comúnmente dada fue que los libros de texto en cursos universitarios son útiles, principálmente, para los instructores, y no para los estudiantes.

Uso de los materiales en las aulas

Los maestros/as usan los planes de lecciones con que se les provee en la universidad en sus propias aulas de K-8º grado. No obstante, diferentes grados requieren materiales con distinto contenido y variada dificultad matemática. Los maestros/as resuelven este obstáculo de dos formas: Primero deciden cuál es el material apropiado para sus alumnos. Luego adaptan el material al nivel de su grado específico.

Ejemplo.

Tarea básica. Se les entrega a los estudiantes una pelota de baloncesto, que cabe de forma ajustada en una caja cúbica, un paquete de arroz y unas básculas. Pregunta: ¿Qué porcentaje del volumen de la caja ocupa la pelota de baloncesto? (La sorprendente respuesta es pi/6, o alrededor del 52%.)

Método. Se pesa la pelota en la caja, y se llena el espacio vacío con arroz, pesándola de nuevo. Después se pesa la caja vacía, y la caja con el arroz. Se calculará la respuesta usando una calculadora simple.

Esta lección es apropiada para los grados de entre 5º y 8º. Para los grados más tempranos, se puede formular el problema en términos de la parte del volumen, en lugar del porcentaje, entregando a los estudiantes tazas de medida, para evitar la complejidad de calcular la razón entre pesos y volúmenes. En los grados 6º y 8º esto puede representar una introducción a la fórmula del volumen de una esfera, o incluso para el cálculo de volúmenes a través del principio de Cavalieri, usando la integral definida en calculadoras gráficas.

Nota. Hemos hallado que, incluso maestros muy experimentados, ráramente pueden preparar un plan de lecciones diario partiendo de cero. Y eso aunque tales maestros/as poseen la habilidad de saber adaptar las lecciones existentes al nivel de sus alumnos.

Exámen y evaluación

Los diarios escritos de los maestros y de los estudiantes, en los que se describen las unidades estudiadas en la universidad, se evalúan de acuerdo a los siguientes criterios: (1) exactitud matemática; (2) completa descripción (falta de omisiones); (3) organización; (4) uso de una correcta gramática y de un buen estilo de redacción que sitúe las fórmulas matemáticas en el resto del contexto; y (5) uso de dibujos e ilustraciones apropiados. (Ver también Pugalee, 2001.)

Realizamos, de formas distintas, las evaluaciones tanto de la calidad de los materiales, como de las habilidades y conocimientos que los estudiantes han adquirido de las lecciones específicamente presentadas en el aula por el/la maestro/a. Los estudiantes universitarios, así como los maestros, proveen de informes verbales acerca de cómo enseñaron una lección a sus estudiantes, cuáles son sus puntos fuertes y cuáles los débiles, y cómo se podría mejorar ésta. Cuando es necesario, los maestros traen los trabajos de sus pupilos a clase, el cual es analizado y luego devuelto. Usamos pruebas de evaluaciones de seguimiento que no son intrusivas, bien sea con actividades que poseen valor como instrumento diagnóstico que evalúan las habilidades y los conocimientos del estudiante, o bien a través de tareas escritas que evalúan su entendimiento y su memorización. Por ejemplo, una tarea de manos a la obra se puede evaluar a través de un problerma textual, con contenido similar. Las tareas evaluativas son administradas por los maestros en las aulas, poseyendo éstas el formato de una lección típica. Las tareas de capacidad de recordar lo memorizado son, con frecuencia, repartidas a lo largo de un período de varias semanas. Hemos hallado que la capacidad de recordar lo memorizado por parte de los estudiantes es el dato básico más útil para la evaluación, tanto de los materiales como de su entendimiento por parte de los alumnos. Finálmente, tanto maestros como estudiantes universitarios rellenan evaluaciones del curso, las cuales incluyen sus evaluaciones subjetivas acerca de la utilidad de los materiales empleados. Muchas unidades son revisadas varias veces antes de hallar una versión que sea satisfactoria, debido en parte a los fallos que se hallan cuando éstas se evalúan .

Ejemplos de recuerdo de lo memorizado por los estudiantes

Los estudiantes de primer grado efectúaron dos tareas: (1) Dibujaron triángulos a través de conectar tres puntos con una regla. Después colorearon los patrones realizados. (2) Se les entregó un nonecágono no convexo y se les pidió que midieran sus lados en pulgadas y en dieciséisavos de pulgadas, y que escribieran las longitudes junto a cada lado. Dos días más tarde se recogieron sus memorias escritas. Aquí hay dos ejemplos: *Sujeto1. Aprendí a hacer líneas con una regla, a unir puntos y medidas, y acerca de fracciones. Lo que más me gustó fué el colorear. Sujeto 2. Aprendí que se pueden hacer muchas cosas con triángiulos. Y también cómo medir líneas. Me gustó hacer los triángulos.* (Ver Baggett y Ehrenfeucht, 1999.)

Se enseñó la exploración estelar en una clase de 6º grado y, dos días después, se recogieron las memorias escritas. Aquí se muestra una de las memorias de un estudiante de 6º grado: *Estrellas: Herramientas usadas--calculadora, compás, regla, transportador. Instrucciones- Primero tienes que reunir todas tus herramientas. Luego colocas el compás en 4 pulgadas. Tienen que ser 4 pulgadas porque el papel tiene 8 pulgadas de ancho. Ahora haces el círculo. Ahora eliges cuántos puntos tendrá tu estrella. Por ejemplo, si elegiste una estrella de 5 puntas tienes que medir dónde se hallarán las puntas de las estrellas, dividiendo 360 entre 5. Se obtienen 72. Ahora usas el transportador, midiendo dónde está el 72. Cuando acabas puedes comenzar a hacer tu estrella. Para el último paso dibujas líneas desde 1 a 3, de 3 a 5, de 5 a 2, de 2 a 4 y de 4 a 1. Ahora tienes una estrella. Creo que fue divertido. En casa traté de hacer una estrella más difícil. Espero que hagamos esto en clase otra vez.*

Los niños/as recuerdan bien las lecciones, si bien recuerdan mejor los procedimientos que los hechos o las conclusiones(Engelkamp, 1998). Una falta de entendimiento se hace evidente a través de la incoherencia en la descripción de lo que uno hizo, así como en una pobre recolección de lo hecho.

En este distrito escolar, donde diferentes escuelas usan diferentes libros de texto, y se adhieren a diferentes filosofías de la enseñanza, se pueden incorporar no obstante buenas lecciones a un currículo variado, ajustándose así a diferentes estilos educativos.

Ejemplos de opiniones de maestros y estudiantes

(Estos comentarios provienen de evaluaciones anónimas del curso de Otoño de 1999.)

Fue un desafío el entender más acerca de matemáticas y no sólo de matemáticas en un papel.

Los guiones fueron muy útiles.

Usaré las actividades a lo largo de mi carrera.

Definitívamente, esta clase me será útil en el futuro.

¡Gran contenido! Puedo reálmente usarlo en mi propia enseñanza.

Las actividades se podrían usar sin modificaciones.

Me alegro de haber tomado una clase sin libro de texto.

El curso mejoró mi confianza en mis habilidades matemáticas.

Reálmente aprendí tanto acerca del uso en el aula de diferentes aproches, así como de las distintas formas en que tanto los niños como los maestros aprenden.

Fué estupendo trabajar fuera del aula con otros maestros.

Conclusiones.

Aquellos maestros que han tomado estos cursos han usado, diréctamente y con éxito, los materiales de la universidad en sus aulas. Tomando como referencia programas anteriores en los que nos hemos estado involucrados, sabemos que el ofrecer a los maestros tan sólo materiales escritos, o el discutirlos en unos pocos talleres, no es suficiente para el éxito de un programa. La clave se halla en enseñar un curso universitario al cual asistan tanto futuros maestros como maestros con experiencia, quienes a su vez usan luego los materiales con los niños/as.

Impacto en el Distrito Escolar y en otros cursos universitarios para maestros

El Distrito Escolar de Las Cruces tiene aproximádamente 16000 alumnos matriculados en 29 escuelas elementales y medias. Tal Distrito da empleo a alrededor de 692 maestros de escuela elemental y a unos 333 de escuela media. Los maestros de elemental enseñan todo el espectro de sujetos, mientras que los maestros de escuela media son parciálmente especialistas. Dicho Distrito es multi-étnico y bilingüe (español e inglés).

Desde 1995 se han impartido los dos primeros cursos de la serie 12 veces, mientras que los los tres últimos cursos se han impartido 7 veces. Durante este tiempo, 159 distintos maestros (117 de ellos de elemental) han participado en estos cursos, con una matrícula media de 13 maestros por curso. Los maestros no han de tomar cursos previos de nivel inferior para poder tomar los más avanzados. Aquí se presentan los datos correspondientes a los seis años:

Número de cursos tomados:	1	2	3	4	5
Número de maestros:	105	33	8	10	3

El número de maestros que, en una escuela dada, han tomado al menos un curso oscila entre 0 y 8.

Acabando con el aislamiento profesional de los maestros

La complección de un curso universitario no concluye el desarrollo profesional de los maestros/as. El contacto con la universidad se mantiene de tres maneras distintas:

• Algunos maestros se ofrecen voluntáriamente como mentores de estudiantes que toman la misma clase en semestres posteriores.

• El Distrito Escolar ofrece anuálmente un taller de Verano, así como una reunión de todos los participantes.

• Los maestros toman parte activa en la preparación y el desarrollo de un Instituto de Educación Matemática anual, ofrecido a los instructores matemáticos universitarios, organizado por el Departamento de Ciencias Matemáticas de la Facultad de Educación. El cuarto de estos instititutos anuales se desarrolló en Marzo del 2001. En los cuatro institutos, alrededor de 90 instructores universitarios de New Mexico, así como de otras partes de los Estados Unidos de América, de América Central y de Canadá vinieron a Las Cruces para tomar parte activa en el programa colaborativo. Muchos maestros permiten que los asistentes al instituto visiten sus aulas, observando cómo se imparten unidades aprendidas en sus cursos en las aulas escolares.

El impacto en el Distrito Escolar es ya significántemente visible. Así, alrededor del 16% de los maestros de escuelas elementales han tomado parte, al menos, en un curso universitario de esta serie, manteniendo el contacto entre ellos y con la universidad. Muchos de tales maestros piensan en tomar cursos universitarios adicionales. Por lo tanto, este programa parece ofrecer desarrollo profesional continuado.

Por contra, el impacto de otros cursos de matemáticas para maestros ofrecidos a nivel universitario es muy reducido. Aquellos instructores que cuentan ya con muchos alumnos matriculados enseñan la mayor parte de sus cursos usando el tradicional libro de texto. Para los profesores universitarios, por lo general, tales cursos carecen de atractivo, ya que ellos conllevan poco prestigio académico, mientras que son difíciles de enseñar debido a que pocos matemáticos/as poseen experiencia alguna en la enseñanza de la educación elemental. Finálmente, existe poco consenso a nivel nacional acerca de las matemáticas en las escuelas. De hecho, las opiniones acerca del contenido y de los métodos de las matemáticas escolares son bastante dispares.

Planes para el futuro y conclusiones generales

Sabemos con certeza que los estudiantes medios de las escuelas elementales pueden entender y dominar las matemáticas más avanzadas que las que usuálmente se les enseña, siempre y cuando sus maestros posean un buen conocimiento de tales tópicos. (Ver también Butterworth, 1999; Dehaene, 1997; Wynn, 1995; Gelman y Gallistel, 1986.) No obstante, aún carecemos de datos suficientes tanto acerca de las clases de jardín de infancia, así como de las clases de álgebra en las escuelas medias.

Nuestra presente estimación es que los maestros de elemental necesitan, al menos, cuatro semestres (preferíblemente más) de matemáticas universitarias para poder poseer una preparación adecuada para enseñar tal sujeto. Y qué cursos de matemáticas toman es de una importancia clave. Pensamos que se ha de otorgar prioridad a la covertura de materiales relacionados con los tópicos enseñados en las escuelas. De igual modo, creemos que la mejor manera de alcanzar ésto pasa por no acabar la educación de los maestros cuando éstos se licencian en las universidades, sino a través del estudio continuado de cursos universitarios a lo largo de sus carreras como maestros/as.

Referencias

Baggett, P. & Ehrenfeucht, A. (en imprenta). Breaking away from the algebra and geometry book: Original and traditional lessons for grades K-8. Lanham, MD: Scarecrow Publishing.

Baggett, P. & Ehrenfeucht, A. (1995). Breaking away from the math book: Creative projects for grades K-6. Lanham, MD: Scarecrow Publishing.

Baggett, P. & Ehrenfeucht, A. (1998). Breaking away from the math book II: More creative projects for grades K-8. Lanham, MD: Scarecrow Publishing.

Baggett, P. & Ehrenfeucht, A. (1999). Children's early learning of geometry. Fortieth annual meeting, Psychonomic Society, Los Angeles, CA, Nov.

Baggett, P. & Ehrenfeucht, A. (2001). http://math.nmsu.edu/breakingaway/

Baggett, P. & Ehrenfeucht, A. (1992). What should be the role of calculators and computers in mathematics education? Journal of Mathematical Behavior, 11 (1), 61-72.

Butterworth, Brian (1999). What counts: How every brain is hardwired for math. New York: The Free Press.

Connolly, P. & Vilardi, T. (Eds.) (1989). Writing to learn mathematics and science. New York: Teachers College Press.

Countryman, J. (1992). Writing to learn mathematics. Portsmouth, NH: Heinemann.

Daboll, N. (1812). Daboll's Schoolmaster's Assistant. New-London, CT: S. Green.

Dehaene, Stanislas (1997). The number sense: How the mind creates mathematics. Oxford: Oxford University Press.

Engelkamp, J. (1998). Memory for actions. Hove, East Sussex, UK: Psychology Press Ltd.

Freudenthal, Hans (1973). Mathematics as an Educational Task. Norwell, MA: D. Reidel Publishing Company.

Gelman, R. & Gallistel, C. (1986). The child's understanding of number. Cambridge, MA: Harvard University Press. [1[a] ed. 1978.]

Lappan, Glenda (2000). A vision of learning to teach for the 21st century. School Science and Mathematics 100 (5), 319-326.

Ma, Liping (1999). Knowing and teaching elementary mathematics. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Morgan, C. (1998). Writing mathematically: The discourse of investigation. London: Falmer Press.

Nunes, T., Schliemann, A.D. & Carraher, D.W. (1993). Street mathematics and school mathematics. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Pike, Stephen (1827). The Teachers' Assistant, or A System of Practical Arithmetic. Philadelphia: M'Carty & Davis.

Pugalee, D.K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. School Science and Mathematics, 101 (5), 236-245.

Sirotnik, K. A. & J. I. Goodlad (Eds) (1988). School-university partnerships in action: Concepts, cases, and concerns. New York: Teachers College Press.

Stigler, J. & Hiebert, J. (1999). The teaching gap. New York: The Free Press.

Wynn, K. (1995). The origins of numerical knowledge. Mathematical Cognition, 1, 35-60.

Reconocimientos

Deseamos agradecer a New Mexico Commission on Higher Education; a New Mexico Collaborative for Excellence in Teacher Preparation (National Science Foundation); a la Fundación ExxonMobil Education; a Las Cruces Public Schools y a National Aeronautics and Space Association (NASA) por aportar los fondos necesarios para este proyecto.